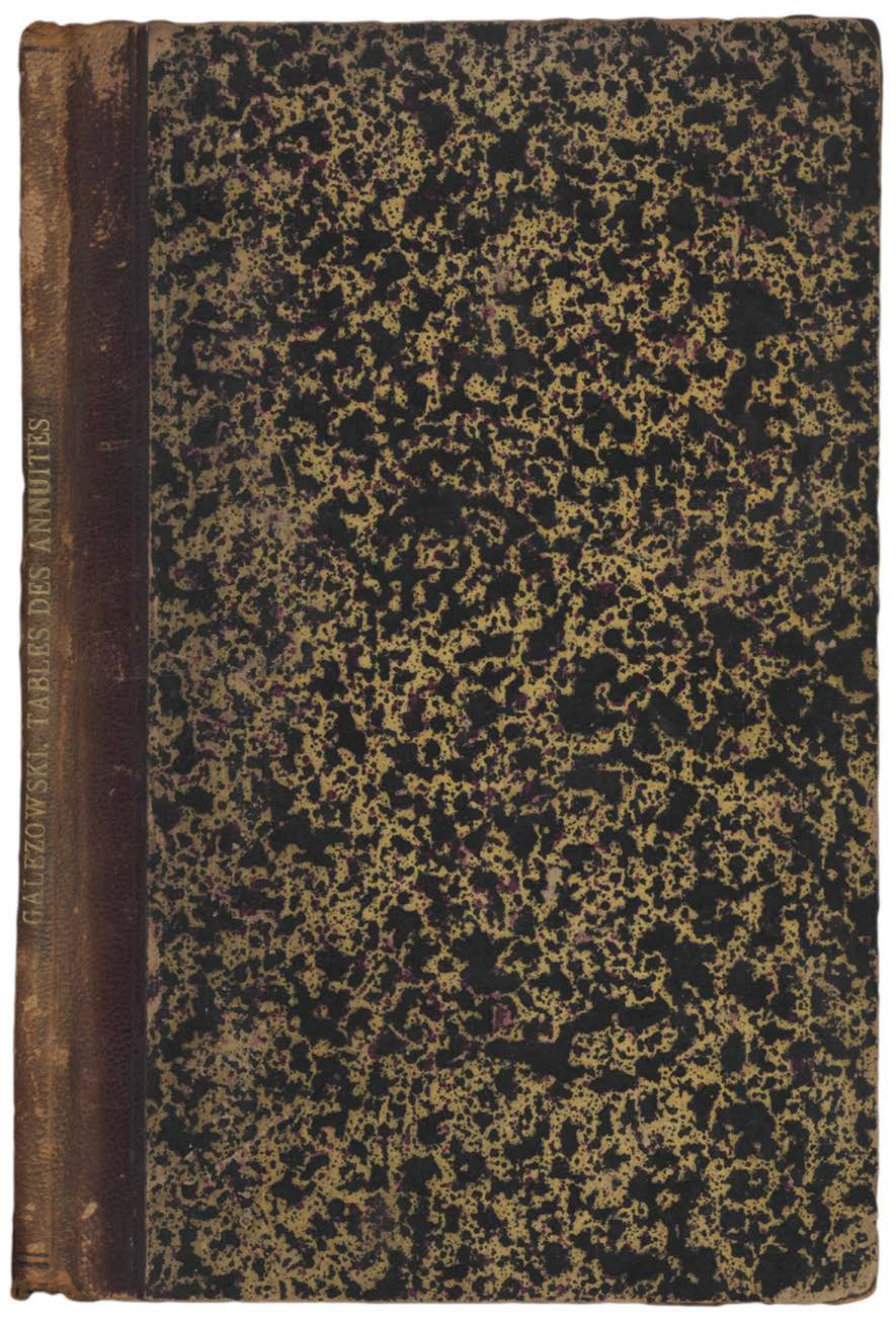
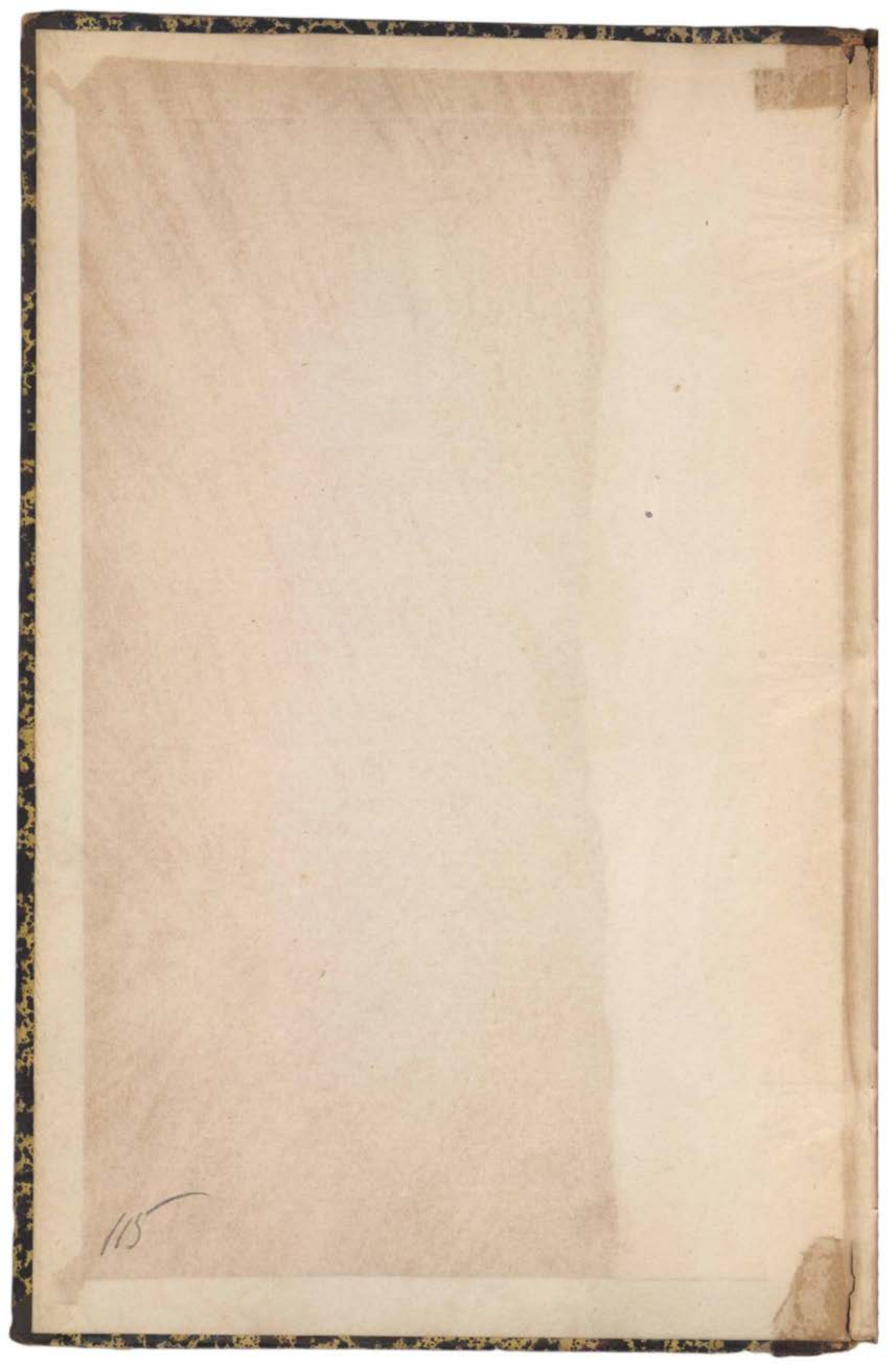

GALEZOWSKI. TABLES DES ANNUITES


115

TABLES

DES ANNUITÉS

CALCULÉES D'APRÈS LA MÉTHODE LOGARITHMIQUE

DE FÉDOR THOMAN

et précédées d'une Instruction sur l'emploi de cette méthode,

PAR

JOSEPH GALEZOWSKI,

Sous-Chef de bureau au Crédit Foncier de France,
Ancien Professeur à l'Académie militaire de Saint-Pétersbourg.



PARIS,
GAUTHIER-VILLARS, IMPRIMEUR-LIBRAIRE
DU BUREAU DES LONGITUDES, DE L'ÉCOLE POLYTECHNIQUE,
SUCCESSEUR DE MALLET-BACHELIER,
Quai des Augustins, 55.

1880



A MONSIEUR ALBERT CHRISTOPHLE,

GOUVERNEUR DU CRÉDIT FONCIER DE FRANCE, DÉPUTÉ,

ANCIEN MINISTRE DES TRAVAUX PUBLICS.

Monsieur le Gouverneur,

Vous avez bien voulu agréer l'hommage de ce travail en vue de son utilité pour notre Institution, tant par l'emploi direct de ces Tables d'Annuités *que par l'application de la méthode logarithmique de* FÉDOR THOMAN *aux calculs financiers de précision.*

En vous remerciant, Monsieur le Gouverneur, pour cette marque de votre bienveillante approbation, je vous prie d'agréer l'expression de ma haute considération et de mon dévouement.

Joseph GALEZOWSKI,
Sous-Chef de bureau.

Paris, le 5 juin 1880.

TABLES DES ANNUITÉS.

I.

OBJET DE CE TRAVAIL.

La modification des conditions du marché monétaire dans ces dernières années a eu pour premier effet la diminution du taux d'intérêt d'emploi des fonds. Mais cette diminution du taux d'intérêt a produit encore un autre résultat, qui est la multiplicité des taux d'intérêt en usage, la diversité de ces taux pour ainsi dire. Chacun, voyant diminuer le revenu de son argent, tâche de limiter cette diminution et, en concluant une affaire quelconque, combat pas à pas les propositions qui lui sont faites, pour ne pas perdre la moindre parcelle d'un bénéfice possible, ou, pour parler vulgairement, chacun marchande jusqu'au dernier centime les conditions d'une opération à conclure.

Non seulement on ne considère plus comme taux ordinaires d'emploi de fonds 5 ou 6 pour 100, mais encore les subdivisions anciennement en usage, par $\frac{1}{3}$ ou $\frac{1}{4}$ pour 100, ou même par $\frac{1}{6}$ et $\frac{1}{8}$, ne semblent plus suffisantes pour rapprocher les limites de concessions mutuelles lors de la conclusion d'une convention financière.

Il a donc semblé utile de préparer des Tables de capitalisation aux taux le plus en usage actuellement, de $3^{fr},75$ à $4^{fr},75$ pour 100 et en adoptant les subdivisions par $0^{fr},05$ seulement; et, pour aller jusqu'aux limites extrêmes, pour ainsi dire, de cette subdivision, on a joint à la fin de cet Ouvrage une Table pouvant faciliter les calculs aux subdivisions par chaque centime du taux d'intérêt, entre les mêmes limites que ceux ci-dessus indiqués. D'après l'usage général actuellement, on a considéré ces taux annuels payables par moitié tous les semestres.

Mais, en dehors de ce but immédiat, j'ai eu en vue un autre objet encore, que je considère aussi comme très important : c'est d'introduire dans la pratique des calculs financiers de précision l'emploi de la méthode logarithmique de Fédor Thoman, méthode qui seule peut rendre utile l'application des logarithmes à ces calculs; car jusqu'à présent, dans tous les calculs financiers sur des sommes d'une certaine importance, quand il s'agissait d'arriver à des résultats quelque peu précis, il fallait recourir au moyen extrêmement long des multiplications directes et successives.

En exposant ici cette méthode, dont j'ai fait application pour les calculs de ces Tables, j'ai eu pour but encore de rendre son application tout à fait pratique et accessible à ceux même qui ne se sont pas occupés de Mathématiques spéciales. C'est pourquoi, en exposant d'abord succinctement les principes sur lesquels repose cette méthode, je donne dans la suite des règles pour ainsi dire mécaniques de son application.

Cette méthode et les Tables nécessaires pour son application ont été publiées d'abord dans les *Tables de logarithmes à vingt-sept décimales pour les calculs de précision*, par Fédor Thoman (Paris, imprimé, par autorisation de S. Exc. le Garde des sceaux, à l'Imprimerie impériale, 1867).

Depuis, on a publié l'extrait de ces Tables, *à onze décimales*, dans l'excellent Ouvrage du même auteur dernièrement publié sous le titre de *Théorie des intérêts composés et des annuités, suivie des Tables logarithmiques*, par Fédor Thoman (Ouvrage traduit de l'anglais par M. l'abbé Bouchard et précédé d'un Avertissement de M. J. Bertrand, secrétaire perpétuel de l'Académie des Sciences; Paris, Gauthier-Villars, 1878).

II.

DIVERSES MÉTHODES DE CALCUL. — INSUFFISANCE DES TABLES DE LOGARITHMES A SEPT DÉCIMALES POUR LES CALCULS DE PRÉCISION.

Tous ceux qui se sont occupés de calculs financiers savent que l'élément principal de toutes les formules pour les divers problèmes des annuités, simples ou progressives, immédiates ou

différées, c'est la capitalisation de 1^{fr} au taux d'intérêt donné, pour les durées correspondant aux diverses étapes de l'opération étudiée.

Je ne vais pas entrer dans l'exposé complet de la théorie des intérêts composés et dans la démonstration des formules applicables dans divers cas. Cette théorie a été traitée dans de nombreux Ouvrages et le mieux peut-être et le plus complètement dans l'Ouvrage ci-dessus cité de Fédor Thoman.

Mais, pour préciser mes idées, je vais donner la formule principale, en adoptant la terminologie en usage, savoir :

En appelant t l'intérêt de 1^{fr} pour une unité de temps adoptée, année, semestre ou trimestre, soit une année d'abord, $(1+t)$ sera le montant de 1^{fr} au bout de cette unité de temps.

Désignons cette somme par r, soit

$$r = 1 + t;$$

nommons encore n le nombre d'unités de temps adopté, soit le nombre d'années.

Si nous plaçons 1^{fr} à l'intérêt de t par an, et si au bout de chacune des n années les sommes obtenues ainsi sont replacées au même taux d'intérêt pour la durée de l'année suivante, 1^{fr} placé devient, au bout de n années,

$$r^n \text{ ou bien } (1+t)^n.$$

Voilà l'expression principale, de l'exactitude du calcul de laquelle dépend complètement toute l'exactitude du résultat d'une formule quelconque de problème d'intérêts composés.

Il s'agit donc, dans la pratique, de multiplier par lui-même 1^{fr}, augmenté de son intérêt pour une unité de temps, autant de fois que dure le placement à ce même taux.

Prenons pour exemple le placement à $4\frac{1}{2}$ pour 100 par an, payables semestriellement, ou plutôt le placement à $2\frac{1}{4}$ pour 100 par semestre, pour la durée de 50 ans, ou pour 100 semestres.

L'intérêt de 100^{fr} par semestre étant de $2\frac{1}{4}$ ou $2^{fr},25$, l'intérêt de 1^{fr} sera $0^{fr},0225$.

Il s'agit donc de calculer la valeur de

$$r^n = (1,0225)^{100},$$

soit de multiplier cent fois par elle-même la somme de $1^{fr},0225$.

Quand il s'agit de former des Tables complètes de capitalisation, pour avoir tous les termes de cette transformation, la seule méthode pratique et la plus courte, c'est de faire les multiplications directes.

Mais, quand il ne faut avoir que quelques termes déterminés, soit espacés régulièrement comme dans les Tables ci-jointes, soit à des intervalles irréguliers déterminés par les données du problème à résoudre, il serait trop long de recourir à des multiplications directes. On emploie donc les logarithmes.

On sait que

$$\log r^n = n \log r;$$

on prend donc le $\log r$, on le multiplie par n, et l'on recherche le nombre correspondant, qui sera la valeur de r^n.

Mais, le logarithme d'un nombre quelconque ne pouvant être pris qu'avec une certaine approximation seulement, le résultat de tout ce calcul dépendra naturellement de la précision des Tables logarithmiques.

Les Tables ordinaires des logarithmes sont à sept décimales en général et à huit pour les nombres dont les premiers chiffres sont entre 100 et 108.

La valeur de r ou de $(1+t)$ étant presque toujours entre les limites ci-dessus indiquées, on peut, par conséquent, prendre le $\log r$ à huit décimales.

La multiplication par n fait disparaître pour la plupart deux de ces décimales, ou, plus exactement parlant, cette multiplication rend inexactes ces deux dernières décimales, car l'erreur d'approximation du huitième chiffre du logarithme se multiplie aussi par le nombre n d'années ou de semestres.

On n'aura donc plus que six décimales exactes dans le logarithme servant à la recherche de r^n.

Mais une simple inspection des Tables ordinaires de logarithmes permet de voir qu'un logarithme à sept décimales exactes donne un nombre exact dans ses six premiers chiffres seulement. Par conséquent, notre $\log r^n$ n'ayant que six décimales exactes, le nombre de r^n n'aura que cinq chiffres sûrs, dont un à deux entiers, et le reste trois ou quatre décimales exactes seulement.

Prenons l'exemple ci-dessus du placement de 1[fr] à $2\frac{1}{4}$ pour 100 pendant 100 semestres; il s'agit donc de calculer

$$(1,0225)^{100}.$$

Procédons dans l'ordre ci-dessus indiqué, et prenons le log$r$ dans les Tables à huit décimales :

$$\log 1,0225 = 0,0096\,6332,$$
$$\log(1,0225)^{100} = 100 \log 1,0225 = 0,966\,3320.$$

En recherchant dans les Tables à sept décimales le nombre correspondant à ce logarithme, on trouve qu'il est entre les nombres de 9,2540 et 9,2541; mais, la différence de 1 dans les nombres correspondant, d'après les Tables, à une différence de 47 dans les logarithmes, si l'on veut pousser la précision plus loin, on ne pourrait aller que jusqu'au dixième du nombre trouvé, ou au sixième chiffre, le septième n'étant plus défini exactement.

En vérité, recherchant par les parties proportionnelles le nombre correspondant à ce logarithme à sept décimales, on a, avec assez d'exactitude encore, le nombre à six chiffres

$$0,966\,3320 = \log 9,25405;$$

mais, si l'on veut pousser plus loin l'approximation pour avoir le septième chiffre, on peut écrire avec la même exactitude les deux équations suivantes :

$$0,966\,3320 = \begin{cases} \log 9,254052, \\ \log 9,254053. \end{cases}$$

Le dernier chiffre est donc douteux.

Cependant l'erreur principale de ce nombre provient de ce que la septième décimale même du logarithme est erronée, par suite de la multiplication du logarithme primitif par le nombre de semestres de capitalisation; ainsi, le calcul exact donne

$$(1,0225)^{100} = 9,254046,$$

chiffre bien éloigné des deux trouvés ci-dessus, car on voit qu'il n'y a que les quatre premières décimales qui sont exactes, et la cinquième ne serait bonne que par approximation.

Naturellement, pour divers calculs sur des sommes de peu d'importance, cette approximation serait assez suffisante; mais, quand il s'agit de millions ou bien de dizaines de millions, et si l'on veut avoir des résultats précis, on doit naturellement abandonner l'emploi des logarithmes à sept décimales et recourir à des multiplications directes ou bien aux logarithmes à plus de décimales. Malheureusement, les méthodes employées jusqu'à présent pour calculer les logarithmes à plus de sept décimales par leur développement en série demandent des calculs trop longs et ne peuvent, par conséquent, être applicables dans la pratique. Il restait donc la méthode des multiplications directes.

C'est cette lacune qui est comblée par Fédor Thoman en permettant de calculer les logarithmes par la méthode des *réciproques approchés*.

Nous verrons dans la suite que cette méthode ne demande pas de calculs longs, et les Tables formées par Fédor Thoman pour rechercher les logarithmes à vingt-sept décimales donnent une précision beaucoup plus grande qu'il ne faut avoir dans tous les calculs financiers; mais, ayant avec ces Tables la facilité de pousser la précision au degré voulu, on peut, suivant la composition de la formule applicable dans chaque cas, prendre les logarithmes avec autant de décimales qu'il sera nécessaire pour que le résultat définitif comporte la précision exacte qu'on cherche à avoir.

Dans le cas spécial qui nous occupe, afin de rechercher les annuités à payer sur un capital de 100^{fr} pour l'amortir dans les durées variant de 5 à 60 ans, de 5 en 5 ans, et aux taux de $3^{fr},75$ à $4^{fr},75$ pour 100, de $0^{fr},05$ en $0^{fr},05$, en employant des logarithmes à treize et jusqu'à seize décimales, nous avons obtenu les annuités à payer sur la somme de 100^{fr}, avec dix décimales exactes; ce qui, appliqué à une somme de 1 milliard même, donnerait encore une annuité exacte dans les centimes, précision plus que suffisante pour tous les cas à prévoir.

III.

RECHERCHE DU LOGARITHME PAR LA MÉTHODE DES RÉCIPROQUES APPROCHÉS.

On sait que le logarithme ordinaire d'un nombre quelconque se compose d'un nombre entier ou *caractéristique*, qui renferme autant d'unités qu'il y a de chiffres à la partie entière, et de la *mantisse* ou de la fraction décimale.

La caractéristique n'exprime que la position de la virgule dans le nombre donné et n'influe en rien sur la mantisse ou la partie décimale du logarithme. Ainsi

$$\log 9,254052 = 0,966\,3320, \quad \log 925,4052 = 2,966\,3320.$$

C'est donc de la recherche de la partie décimale qu'il s'agira seulement, sans s'occuper nullement de la position de la virgule, ou plutôt on placera la virgule à l'endroit qui semblera le plus convenable pour ces calculs.

Si l'on a à rechercher le logarithme d'un nombre un peu plus grand que l'unité et pouvant être représenté sous la forme de $(1+\theta)$, où θ est une quantité assez petite, ce logarithme peut être exprimé sous la forme de la série suivante,

$$(1) \qquad \log(1+\theta) = k\left(\theta - \frac{\theta^2}{2} + \frac{\theta^3}{3} - \frac{\theta^4}{4} + \cdots\right),$$

où k est un nombre connu, appelé *module*, et est égal à 0,43429....

L'inspection simple de cette série fait voir que, si θ est assez petit, $\theta^2, \theta^3, \theta^4, \ldots$ auront une valeur insignifiante, et la formule (1) deviendra

$$(2) \qquad \log(1+\theta) = k\theta,$$

formule très facile dans l'application, car elle n'exige qu'une simple multiplication du nombre θ par la valeur connue de k.

Par conséquent, pour rechercher le logarithme d'un nombre donné quelconque a, il faudrait d'abord transformer ce nombre en un autre de la forme voulue $(1+\theta)$, où θ soit assez petit.

On arrive à cela en multipliant le nombre donné a par divers facteurs compris dans une Table formée à ce sujet, et si l'on arrive, après ces multiplications successives, au résultat désiré, si l'on a, par exemple,

$$a.m.n.p\ldots = 1 + \theta, \tag{3}$$

avec θ assez petit, on aura

$$a = \frac{1+\theta}{m.n.p\ldots}$$

et

$$\log a = \log(1+\theta) - \log m - \log n - \log p - \ldots,$$

ou enfin, d'après la formule (2), on arrive à

$$\log a = k\theta - \log m - \log n - \log p - \ldots. \tag{4}$$

Par conséquent, le logarithme cherché se composera du produit $k\theta$ (facilement calculé au moyen des Tables établies à ce sujet), diminué des logarithmes des facteurs employés, logarithmes qu'on n'aura qu'à prendre dans les Tables correspondantes.

La recherche des multiplicateurs en question se fait au moyen des *réciproques approchés*.

Sans entrer dans l'exposé détaillé de la théorie des réciproques approchés, nous en donnerons seulement un exposé succinct, indispensable pour comprendre son application à la recherche des logarithmes.

On appelle *réciproques* deux nombres dont le produit est égal à l'unité. Le nombre 2 a pour réciproque $\frac{1}{2}$; le réciproque de 3 sera $\frac{1}{3}$; un nombre quelconque a aura pour réciproque $\frac{1}{a}$, car

$$a \cdot \frac{1}{a} = 1.$$

Le *réciproque approché* est un nombre approchant du réciproque exact, et, suivant qu'il sera plus grand ou plus petit que ce dernier, le produit même sera plus grand ou plus petit que l'unité.

On a formé une Table des réciproques approchés de tous les nombres de 1 à 100, de sorte qu'à chaque nombre donné on trouvera, d'après ses premiers chiffres, deux réciproques

approchés, dont un plus petit et l'autre plus grand que le réciproque exact. Si l'on multiplie le nombre donné par le réciproque approché plus grand, ou *réciproque forcé*, on aura un produit de la forme voulue, un peu plus grand que l'unité.

Proposons-nous, pour exemple, de rechercher le logarithme de 324659.

La Table de réciproques donne les nombres 30 et 31 comme limites entre lesquelles se trouve son réciproque exact.

Multipliant le nombre donné par 31, son réciproque approché plus grand, on obtient 10064429, que je mets sous la forme 1,0064429, me basant sur la remarque faite antérieurement, que la position de la virgule n'a pas d'influence sur la valeur du logarithme cherché, ou plutôt sur sa mantisse.

Voilà donc le nombre donné 324659 transformé en un autre de la forme voulue $(1+\theta)$, ou bien

$$1+0,0064429;$$

il faut seulement s'assurer si la fraction obtenue est assez petite pour permettre l'application de la formule simplifiée (2) au lieu de la formule (1).

Ordinairement cette approximation n'est pas encore suffisante, et il faut multiplier le nombre ainsi obtenu par de nouveaux réciproques approchés, qui s'obtiennent d'après le principe suivant.

Si l'on a un nombre de la forme de celui que nous venons d'obtenir, supposons $(1+b)$, où b est déjà assez petit, on prend un autre nombre de la forme $(1-b)$; leur produit, d'après ce qui est connu, donne

$$(1+b)(1-b)=1-b^2, \tag{5}$$

et, comme b est assez petit, b^2 sera insignifiant et le produit indiqué sera à peu près égal à l'unité, ce qui revient à dire que $(1-b)$ est le réciproque approché de $(1+b)$.

Ainsi, dans l'exemple ci-dessus, le réciproque approché de 1,0064429 est

$$1-0,0064429=0,9935571.$$

Mais dans la pratique, pour la facilité des calculs et pour arriver de nouveau au produit plus grand que l'unité, on prend

le réciproque approché forcé, en retranchant de l'unité, non pas la fraction décimale entière, mais la limitant à son premier chiffre significatif; ainsi, dans l'exemple ci-dessus, le réciproque forcé de 1,0064429 sera

$$1 - 0,006 = 0,994,$$

et le produit nouveau sera, en groupant par cinq, pour la facilité de la lecture, les chiffres obtenus,

$$1,0064429 \times 0,994 = 1,00040\ 42426.$$

Le réciproque nouveau de ce nombre trouvé, d'après les mêmes principes, sera

$$1 - 0,0004 = 0,9996,$$

et le produit de la multiplication nouvelle, à onze décimales près, sera

$$1,00040\ 42426 \times 0,9996 = 1,00000\ 40809\ 0.$$

Le réciproque approché suivant sera

$$1 - 0,00000\ 4 = 0,99999\ 6,$$

et le produit de la multiplication sera maintenant, en se limitant toujours à onze décimales,

$$1,00000\ 40809\ 0 \times 0,99999\ 6 = 1,00000\ 00808\ 8;$$

et ainsi de suite : on peut continuer ce travail jusqu'à ce que la fraction accompagnant l'unité dans le produit obtenu soit enfin jugée suffisamment petite.

Si l'on s'arrête, dans notre exemple, à cette quatrième multiplication, on aura, d'après notre formule (3), toujours en ne tenant pas compte de la position de la virgule,

$$324659 \times 31 \times 0,994 \times 0,9996 \times 0,99999\ 6 = 1,00000\ 00808\ 8,$$

d'où, d'après la formule (4),

$$\log 324659 = k \times 0,00000\ 00808\ 8 - \log 31 - \log 0,994$$
$$- \log 0,9996 - \log 0,99999\ 6.$$

La multiplication de la fraction obtenue par le nombre connu k étant facilitée par les Tables formées à ce sujet, et les loga-

rithmes de nos réciproques successifs se trouvant aussi dans ces Tables, le problème est par conséquent résolu, avec la précision qu'on voudra obtenir dans chaque cas, jusqu'aux limites de la précision des Tables formées, suivant qu'on emploie les Tables à onze ou à vingt-sept décimales.

Mais, avant d'expliquer la disposition et l'emploi des Tables en question, je dois faire une remarque sur la *notation* adoptée par Fédor Thoman.

Dans l'exemple étudié ci-dessus, on a eu des fractions décimales commençant par un certain nombre de zéros et d'autres commençant par des chiffres 9. Nécessairement, si l'on poussait l'approximation plus loin que nous ne l'avons fait, on aurait vu se reproduire le même fait sur une plus grande échelle.

Pour éviter la répétition fatigante de ces chiffres, 0 ou 9, et pour faciliter en même temps les multiplications par des nombres ainsi composés, on remplace d'abord la suite des zéros par un seul zéro, avec indice au-dessus de lui, pour montrer combien de fois il doit être répété; ainsi

$$0,007 = 0,0^2 7, \quad 1,0004 = 1,0^3 4, \quad 1,00000409 = 1,0^5 409.$$

En ce qui concerne la répétition du chiffre 9, comme un nombre de pareille forme peut être remplacé par la différence entre un nombre entier et une fraction commençant par une suite de zéros, on applique dans ce cas la même notation, en mettant seulement au-dessus des chiffres significatifs le signe de soustraction, pour rappeler qu'il s'agit de les déduire du nombre entier. Ainsi l'on a

$$0,9996 = 1 - 0,0004 = 1,0^3\bar{4}, \quad 0,999997 = 1 - 0,000003 = 1,0^5\bar{3}.$$

D'ailleurs, dans la pratique, on n'applique cette dernière notation qu'aux fractions n'ayant qu'un seul chiffre autre que les 9 qui se suivent.

Pour effectuer la multiplication d'un nombre décimal quelconque par un nombre de la forme de $1,0^2 6$ ou de $1,0^4\bar{7}$, ou, parlant en général, pour multiplier par un nombre de la forme $1,0^n a$ ou bien $1,0^n \bar{a}$, on sépare d'abord du multiplicande les n derniers chiffres, puis on multiplie les chiffres qui restent par

le facteur a, en arrondissant naturellement le dernier chiffre d'après la valeur de la partie séparée; le résultat de la multiplication, ajouté ou soustrait, suivant le signe de a, donne le produit demandé.

Ainsi, soit à multiplier 1,00007 92476 1 par 1,006; on aura

$$\begin{array}{rr} & 1{,}00007\ 92476\ 1 \times 1{,}0^{2}6 \\ & 6 \quad 4754\ 9 \\ \hline \text{Produit...} & 1{,}00607\ 97231\ 0 \end{array}$$

47548566

Soit encore à multiplier 1,00007 92476 1 par 1,0000$\bar{7}$:

$$\begin{array}{rr} & 1{,}00007\ 92476\ 1 \times 1{,}0^{4}\bar{7} \\ - & 7 \quad 55\ 5 \\ \hline \text{Produit...} & 1{,}00000\ 92420\ 6 \end{array}$$

Appliquant cette notation au problème que nous avons poursuivi plus haut, nous aurons

$$\log 324659 = k \times 0{,}0^{7}8088 - \log 31 - \log 1{,}0^{2}\bar{6}$$
$$- \log 1{,}0^{3}\bar{4} - \log 1{,}0^{5}\bar{4}.$$

IV.

TABLES POUR LA RECHERCHE DES LOGARITHMES A ONZE DÉCIMALES.

Il ne reste maintenant qu'à recourir aux Tables à onze décimales, Tables placées à la fin de l'Ouvrage de Fédor Thoman (*Théorie des intérêts composés et des annuités*, p. 74 à 76).

La Table VIII contient quatre colonnes, dont les deux premières donnent les réciproques approchés $\frac{1}{a}$ à quatre chiffres correspondant aux nombres a entre 1 et 100, ou plutôt entre 11 à 100, les nombres de 1 à 10 pouvant ici être remplacés par leur produit par 10, soit 3 par 30, 7 par 70. La troisième colonne contient les logarithmes de réciproques des mêmes nombres ou $\log \frac{1}{a}$; enfin, la quatrième colonne contient les produits $k\theta$ de multiplication des mêmes nombres, entre 11 et 100, par la valeur connue de k.

La Table X, dans sa première partie, contient le montant de

$$-\log(1-\theta)$$

d'après la valeur de $(1-\theta)$, ou bien, suivant la notation antérieurement adoptée, le montant de $-\log 1,0^n\bar{a}$, d'après la valeur de a et de n, depuis $1,0\bar{9}$ et jusqu'à $1,0^5\bar{1}$.

Ainsi, pour appliquer les données de ces Tables à l'exemple qui nous a occupé plus haut, nous aurons d'abord à obtenir le produit $k\theta$ d'après la Table VIII. On le prend par groupes correspondant aux séries de deux chiffres de la fraction θ. Ainsi, pour avoir le montant de $k \times 0,0^7 8088$, nous trouvons

Table VIII. Pour	$0,0^7 80$	$0,0^7$ 347 4
» »	$0,0^9$ 88	3 8
»	Soit $k\theta$	$0,0^7$ 351 2
Table X.	$-\log 1,0^5\bar{4}$	17371 8
»	$-\log 1,0^3\bar{4}$	17 37525 5
»	$-\log 1,0^2\bar{6}$	261 36156 0
Table VIII.	$-\log 31 = \log\frac{1}{31}$	0,50863 83061 7
	log 324659	0,51142 74466 2

valeur du logarithme cherché à onze décimales, dont dix doivent être tout à fait exactes, la onzième pouvant être quelque peu influencée par l'arrondissement dans cette décimale de tous les nombres qui composent ce logarithme.

Maintenant, nous tâcherons de résumer en quelques lignes ce long exposé pour arriver à avoir un *procédé pratique à suivre pour la recherche du logarithme par la méthode des réciproques approchés* :

On supprime d'abord la virgule du nombre donné, cette virgule n'étant nécessaire que pour déterminer la caractéristique ou le nombre entier du logarithme cherché, et alors :

1° On prend dans la Table VIII (1re colonne) le réciproque approché *forcé* ou plus grand, correspondant aux premiers chiffres du nombre donné, d'après la deuxième colonne; le produit du nombre donné par ce réciproque approché sera de la forme $(1+\theta)$.

2° On multiplie successivement le produit obtenu par de nouveaux réciproques approchés de la forme de $1,0^n\overline{a}$, jusqu'à ce que l'influence de cette multiplication ne se fasse plus sentir que sur la dernière décimale à laquelle on veut s'arrêter.

3° On prend dans la Table VIII (4ᵉ colonne) le montant de $k\theta$ correspondant à la valeur de chaque groupe de deux chiffres de la fraction θ, restée après les multiplications successives par des réciproques approchés.

4° Au total ainsi obtenu on ajoute d'après la Table X (côté gauche) le montant des divers logarithmes correspondant aux réciproques de la forme de $1,0^n\overline{a}$, ainsi que de la Table VIII (3ᵉ colonne) le montant du logarithme du premier réciproque approché.

Ce procédé, comme on voit, se répartit en deux opérations distinctes, la décomposition du nombre donné en ses facteurs et la recomposition d'après ces facteurs du logarithme cherché, chacune de ces opérations se subdivisant encore en deux nouvelles.

Comme application de ce procédé, nous rechercherons encore le logarithme d'un nombre quelconque, sans entrer déjà dans l'explication de divers détails.

Soit à rechercher le logarithme de 859,93305, qui est égal à 2, ...

La décomposition du nombre donné se fera ainsi :

Table VIII. Le réciproque forcé de.....	85993 305	est	12
	17198 661		
Le réciproque nouveau de..	1,03191 966	»	$1,0\overline{3}$
	— 3 95 75898		
» » ...	$1,0^3$ 96 20702	»	$1,0^3\overline{9}$
	— 9 8658 6		
» » ...	$1,0^4$ 6 12043 4	»	$1,0^4\overline{6}$
	— 6 36 7		
» » ...	$1,0^5$ 12006 7	»	$1,0^5\overline{1}$
	— 1		
$1+\theta=$	$1,0^6$ 2006 7		

La recomposition du logarithme se fera ainsi :

Table VIII.	Pour	$0{,}0^6 20$.....	$0{,}0^7$ 868 6
»	»	$0{,}0^9$ 67..	2 9
		$k\theta =$	$0{,}0^7$ 871 5
Table X.	Pour	$1{,}0^5\bar{1}$......	4342 9
»	»	$1{,}0^4\bar{6}$......	2 60584 5
»	»	$1{,}0^3\bar{9}$......	39 10410 3
»	»	$1{,}0\bar{3}$.......	1322 82657 3
Table VIII.	Pour	12..........	92081 87539 5
		Ensemble....	0,93446 46406 0

Par conséquent,

$$\log 859{,}93305 = 2{,}93446\ 46406\ 0.$$

Il me reste à faire deux remarques concernant la recherche des réciproques approchés.

En se basant sur la formule (5), nous avons dit que le réciproque d'un nombre de la forme de $(1 + b)$ sera $(1 - b)$ quand b est assez petit ; et, pour avoir le réciproque forcé, au lieu de prendre $(1 - b)$ exactement, nous sommes convenus de ne retrancher de l'unité que le premier chiffre significatif.

Mais si ce chiffre est suivi d'un zéro ou même d'un autre chiffre plus petit que lui, il arrive que ce réciproque approché ne sera pas forcé, et que le produit obtenu sera plus petit que l'unité. Il suffit alors de remplacer le chiffre pris pour ce réciproque par un autre immédiatement inférieur, comme dans l'exemple suivant :

$$\begin{array}{rl} 1{,}06284\ 57921\ 8 & \ldots\ 1{,}0\bar{6} \\ -\quad 6377\ 07475\ 3 & \\ \hline 0{,}99907\ 50446\ 5 & \end{array}$$

Il faut, par conséquent, remplacer $1{,}0\bar{6}$ par $1{,}0\bar{5}$, ainsi qu'il suit :

$$\begin{array}{rl} 1{,}06284\ 57921\ 8 & \ldots\ 1{,}0\bar{5} \\ -\quad 5314\ 22896\ 1 & \\ \hline 1{,}00970\ 35025\ 7 & \ldots\ 1{,}0^2\bar{9} \end{array}$$

Il arrive encore quelquefois qu'après avoir pris un réciproque approché dans les conditions ci-dessus, le produit

obtenu, au lieu d'être d'un ordre inférieur au précédent, est du même ordre, comme dans les exemples suivants :

1,07496 83595 1	... $1{,}0\bar{6}$	1,02031 77879 8	... $1{,}0\bar{1}$
— 6449 81015 7		— 1 20 31778 8	
1,01047 02579 4	... $1{,}0\bar{1}$	1,01011 46101 0	... $1{,}0\bar{1}$
— 1 10 47025 8		— 1 10 11461 0	
$1{,}0^3$ 36 55553 6	... $1{,}0^3\bar{3}$	$1{,}0^4$ 1 34640 0	... $1{,}0^4\bar{1}$

Ce cas, qui pourraît paraître erroné de prime abord, est tout à fait correct, et il a son explication dans ce que le log $1{,}0\bar{6}$ additionné avec le log $1{,}0\bar{1}$ est plus petit que le log $1{,}0\bar{7}$, ainsi que le double du log $1{,}0\bar{1}$ est plus petit que le log $1{,}0\bar{2}$. Par contre, le réciproque suivant est d'un ordre inférieur au moins de deux unités.

V.

RECHERCHE DU NOMBRE CORRESPONDANT AU LOGARITHME DONNÉ.

Après les explications détaillées pour la recherche du logarithme d'un nombre donné, il suffira des indications sommaires suivantes pour la recherche du nombre d'après le logarithme donné.

En nous rapportant à ce qui a été dit plus haut sur la signification du nombre entier d'un logarithme donné, ou de sa *caractéristique,* nous ne nous occuperons que de la partie décimale du logarithme, ou de la *mantisse,* exprimée en une fraction positive. Si elle est négative, on la transforme d'abord en un logarithme avec mantisse positive, comme on voit dans les deux exemples suivants :

$$-0{,}472\,3579 = -1 + 0{,}527\,6421 = \bar{1}{,}527\,6421 = \log 0{,}\ldots,$$
$$-3{,}265\,7814 = -4 + 0{,}734\,2186 = \bar{4}{,}734\,2186 = \log 0{,}000\ldots.$$

Il faut encore se souvenir que le nombre correspondant au logarithme donné ne peut avoir en général comme chiffres sûrs qu'un de moins que ceux que contient le logarithme donné, sauf quand ses premiers chiffres sont entre 10 et 42; ainsi, pour le logarithme à onze décimales, le nombre n'aura que dix chiffres exacts.

Nous avons vu, par la formule (2), que, si θ est une fraction bien petite, on a, avec assez d'exactitude,

$$\log(1+\theta) = k\theta,$$

où k est un nombre connu, égal à 0,43429....

Si θ est petit, $k\theta$ est encore plus petit, et il représente le logarithme d'un nombre égal à l'unité augmentée de la fraction θ.

On voit par cela que, si nous avons un logarithme représenté par une fraction décimale bien petite, il suffit de diviser cette fraction par le nombre connu k pour obtenir une fraction qui, augmentée d'une unité, représentera le nombre correspondant au logarithme donné.

Si, par contre, nous appelons maintenant θ ce logarithme donné en une petite fraction, le nombre cherché serait en ce cas $\left(1+\frac{\theta}{k}\right)$.

Il suffirait donc de transformer le logarithme donné quelconque en un autre qui soit une fraction bien petite.

Cette transformation se fait en déduisant successivement du logarithme donné les logarithmes les plus rapprochés des nombres connus et faciles à appliquer dans la suite du calcul.

Représentons le nombre correspondant au logarithme donné par m et les nombres dont nous avons déduit les logarithmes successivement du logarithme donné par $n, p, q, r, \ldots$, jusqu'à ce que le dernier reste θ soit assez petit pour appliquer la formule approchée donnée ci-dessus.

Nous aurons donc

$$(6) \qquad \log m - \log n - \log p - \log q - \log r - \ldots = \theta.$$

La soustraction des logarithmes correspondant à la division du nombre, nous aurons

$$\log \frac{m}{n.p.q.r\ldots} = \theta.$$

Mais, θ étant assez petit, son nombre correspondant est

$$\left(1+\frac{\theta}{k}\right);$$

par conséquent,

$$\frac{m}{n.p.q.r\dots} = 1 + \frac{\theta}{k},$$

et, définitivement,

$$m = \left(1 + \frac{\theta}{k}\right) n.p.q.r\dots. \tag{7}$$

On voit, par conséquent, que, pour avoir le nombre cherché, on doit diviser par k le dernier reste après les soustractions des logarithmes connus, ajouter une unité et multiplier le nombre ainsi obtenu par les nombres correspondant aux logarithmes successivement retranchés du logarithme donné.

Toutes ces opérations sont facilitées par les Tables construites à cet effet.

VI.

TABLES POUR LA RECHERCHE DU NOMBRE CORRESPONDANT AU LOGARITHME DONNÉ A ONZE DÉCIMALES.

Ces Tables forment la continuation des Tables servant à la recherche du logarithme.

La Table IX contient trois colonnes : dans la première sont les nombres de 1 à 100, ou plutôt de 11 à 100; la deuxième colonne contient les logarithmes correspondant à ces nombres; dans la troisième on a le quotient $\frac{\theta}{k}$ pour les mêmes valeurs de θ, entre 11 et 100.

La Table X, dans sa seconde partie, donne le montant de $\log(1+\theta)$, d'après la valeur de $(1+\theta)$, depuis 1,09 jusqu'à $1,0^5 1$.

Comme exemple d'application de cette méthode et de l'emploi des Tables, proposons-nous de rechercher le nombre correspondant au logarithme précédemment trouvé; nous aurons ainsi en même temps la vérification mutuelle de deux opérations, de la recherche du logarithme et de la recherche du nombre.

Le logarithme trouvé page 13 est........		$0,51142\ 74466\ 2$
Nous en retranchons d'abord le logarithme le plus approchant, Table IX...	32	$0,50514\ 99783\ 2$
Différence ...		$0,0^2627\ 74683\ 0$
Maintenant, nous en retranchons successivement les divers logarithmes les plus approchants d'après la Table X, savoir :	$1,01$	$0,0^2432\ 13737\ 8$
		$0,0^2195\ 60945\ 2$
	$1,0^24$...	$0,0^2173\ 37128\ 1$
		$0,0^3\ 22\ 23817\ 1$
	$1,0^35$...	$0,0^3\ 21\ 70929\ 7$
		$0,0^5\ 52887\ 4$
	$1,0^41$...	$0,0^5\ 43429\ 2$
		$0,0^6\ 9458\ 2$
	$1,0^52$...	$0,0^6\ 8685\ 9$
Nous obtenons comme dernier reste.....		$\theta = 0,0^7\ 772\ 3$

Ayant ainsi décomposé le logarithme donné, nous aurons, d'après la formule (7), la valeur du nombre correspondant à ce logarithme :

$$m = \left(1 + \frac{0,0^7 7723}{k}\right) \times 1,0^5 2 \times 1,0^4 1 \times 1,0^3 5 \times 1,0^2 4 \times 1,01 \times 32.$$

Il s'agit maintenant de faire toutes ces opérations, dont une division et six multiplications.

Pour la division par le nombre k on se sert de la Table IX, en prenant les valeurs de $\frac{\theta}{k}$ correspondant à chaque groupe de deux chiffres de θ et en les plaçant à leur rang respectif, savoir :

Table IX.....	$0,0^7 77$...	$0,0^6 1773\ 0$
	$0,0^9 23$...	$0,0^9\ 5\ 3$
	$1 + \frac{\theta}{k} =$	$1,0^6 1778\ 3$

Les multiplications par les nombres indiqués plus haut

se font facilement, d'après la méthode indiquée page 11, sans refaire même les additions pour les premières multiplications, qui n'affectent que les derniers chiffres. Voici la disposition de cette multiplication :

$1 + \frac{\theta}{k} \cdots\cdots$	$1{,}0^6 \quad 1778\ 3$	$\times 1{,}0^5 2$
	2	$\times 1{,}0^4 1$
	$1 \quad 2$	$\times 1{,}0^3 5$
	$5 \quad 60\ 9$	
	$1{,}0^3\ 51\ 21839\ 4$	$\times 1{,}0^2 4$
	$4 \quad 20487\ 4$	
	$1{,}00451\ 42326\ 8$	$\times 1{,}01$
	$1 \quad 4\ 51423\ 3$	
	$1{,}01455\ 93750\ 1$	$\times 32$
	$2{,}02911\ 87500\ 2$	
	$30{,}43678\ 12503$	
	$32{,}46590\ 0000$	

nombre cherché, exact dans ses onze chiffres et d'accord avec les nombres pris pour exemple page 9.

Maintenant nous résumerons en quelques lignes le *procédé à suivre pour la recherche du nombre correspondant au logarithme donné, par la méthode des réciproques approchés.*

On ne s'occupe que de la partie décimale du logarithme, la partie entière n'exprimant que la position de la virgule dans le nombre cherché; si le logarithme donné est négatif, on le transforme d'abord en un autre avec mantisse positive (p. 16), et alors :

1° On déduit du logarithme donné le logarithme le plus rapproché des nombres compris entre 1 et 100, d'après la Table IX (colonne 2).

2° Du reste ainsi obtenu on déduit successivement les logarithmes de divers nombres de la forme de $1{,}0^n a$ contenus dans la Table X (côté droit).

3° On prend dans la Table VIII (colonne 3) les quotients $\frac{\theta}{k}$ correspondant à la valeur de chaque groupe de deux chiffres de la fraction restant après les déductions ci-dessus mentionnées.

4° La fraction ainsi obtenue, augmentée d'une unité, doit être multipliée par les divers nombres correspondant aux logarithmes retranchés.

On voit par là que la recherche du nombre, ainsi que celle du logarithme, se décompose en deux parties distinctes, la décomposition du logarithme donné en ses facteurs et la recomposition d'après ces facteurs du nombre cherché, chacune de ces opérations se subdivisant encore en deux distinctes.

Comme application de ce procédé, nous rechercherons encore le nombre correspondant au logarithme trouvé page 15, sans entrer déjà dans l'explication de divers détails.

Soit à rechercher le nombre correspondant au logarithme 2,93446 46406 0.

La décomposition du logarithme......	0,93446 46406 0	
se fait ainsi : Table IX...........	—92941 89257 1	... 85
	504 57148 9	
Table X............	—432 13737 8	... 1,01
	72 43411 1	
	—43 40774 8	... $1,0^{2}1$
	29 02636 3	
	—26 04985 5	... $1,0^{3}6$
	2 97650 8	
	— 2 60568 9	... $1,0^{4}6$
	37081 9	
	—34743 4	... $1,0^{5}8$
$\theta = 0,0^{6}$	2338 5	

La recomposition du nombre se fera de la façon suivante.

Table IX. Pour $0,0^6 23$	$0,0^6$	5296 0
$0,0^8$ 38		87 5
$0,0^{10}$ 5.....		1 2
$1 + \frac{\theta}{k} =$	$1,0^6$	5384 7 $\times 1,0^5 8$
	8	$\times 1,0^4 6$
	6	5 1 $\times 1,0^3 6$
	6	411 2
	$1,0^3$ 66	85801 0 $\times 1,0^2 1$
	1	6685 8
	1,00166	92486 8 $\times 1,01$
	1	1 66924 9
	1,01168	59411 7 $\times 85$
	5,05842	97058 5
	80,93487	52936
	85,99330	49994 5

Le nombre cherché est par conséquent 859,9330500 avec dix chiffres exacts.

VII.

TABLES DE LOGARITHMES A VINGT-SEPT DÉCIMALES.

Le principe d'établissement de ces Tables est le même que celui dont nous avons exposé la théorie pour les logarithmes à onze décimales; mais, la disposition de ces Tables étant quelque peu différente et la terminologie adoptée n'étant pas la même, nous expliquerons ici brièvement la disposition des Tables à vingt-sept décimales et nous ferons quelques remarques sur leur emploi.

Il y a cinq Tables pour les logarithmes à vingt-sept décimales.

Les Tables I, II et la première partie de la Table III servent à la recherche des logarithmes; la suite de la Table III ainsi que les Tables IV et V servent à la recherche des nombres.

La Table I est à trois colonnes, dont la première contient les nombres de 11 à 110, et les deux autres contiennent les réciproques approchés à quatre chiffres, ainsi que les logarithmes à vingt-sept décimales des réciproques exacts de ces mêmes nombres de 11 à 110. Cette Table correspond par conséquent au contenu des trois premières colonnes de la Table VIII à onze décimales.

La Table II contient les logarithmes des nombres de la forme de $1{,}0^n\bar{a}$ à partir de $1{,}0\bar{9}$ et jusqu'à $1{,}0^{13}\bar{1}$. Elle correspond, par conséquent, à la première partie de la Table X à onze décimales.

La Table III contient, dans sa première partie, les produits $k\theta$ pour les valeurs de θ entre 11 et 110, ce qui correspond à une colonne de la Table VIII à onze décimales. La seconde partie de la Table III donne les quotients $\frac{\theta}{k}$ pour les mêmes valeurs de θ entre 11 et 110; cela correspond à une colonne de la Table IX à onze décimales.

La Table IV contient les logarithmes des nombres de la forme de $1{,}0^n a$ à partir de $1{,}09$ et jusqu'à $1{,}0^{13}1$, ce qui correspond à la deuxième partie de la Table X à onze décimales.

Enfin, la Table V contient les logarithmes des nombres de 1 à 100, ce qui correspond à une colonne de la Table IX à onze décimales.

En ce qui concerne l'emploi de ces Tables, il n'y a rien à dire d'extraordinaire, sauf peut-être pour les Tables II et IV, afin de savoir les limites auxquelles il faut pousser l'emploi des réciproques successifs de la forme de $1{,}0^n\bar{a}$ dans la recherche d'un logarithme, ou bien la limite à laquelle on arrêtera, dans la recherche des nombres, les soustractions successives des logarithmes des nombres de la forme de $1{,}0^n a$, suivant le degré de précision auquel on veut arriver.

Dans le premier cas la limite est facile à déterminer, car, à cette limite, la multiplication par le réciproque approché ne doit influencer que la dernière décimale à laquelle on s'arrête.

La même règle est applicable encore à la recherche des nombres : la multiplication par le nombre correspondant au dernier logarithme retranché ne doit influencer que la dernière

décimale employée; mais, cette multiplication arrivant plus tard que les soustractions des logarithmes correspondants, il y aurait une certaine hésitation, exigeant des tâtonnements et des essais. On peut remédier à cela par la remarque suivante.

La pratique a démontré que pour les logarithmes à onze décimales il suffit d'employer les nombres allant jusqu'à $1,0^5\overline{a}$ et $1,0^5 a$, et pour les logarithmes à vingt-sept décimales il faut aller jusqu'à $1,0^{13}\overline{a}$ et $1,0^{13}a$; c'est donc une augmentation de 8 dans les indices de ces nombres pour une augmentation correspondante de 16 dans les décimales des logarithmes employés, soit une augmentation d'une unité d'indice par deux décimales dans les logarithmes. Il faut, par conséquent, aller jusqu'à $1,0^6\overline{a}$ et $1,0^6 a$ pour les logarithmes à treize décimales, jusqu'à $1,0^7\overline{a}$ et $1,0^7 a$ pour ceux à quinze décimales, et ainsi de suite.

Comme application d'emploi des Tables à vingt-sept décimales, nous rechercherons la capitalisation au taux de $4\frac{1}{2}$ pour 100 pendant 50 ans, avec fonctionnement semestriel de capitalisation, soit à $2\frac{1}{4}$ pour 100 pendant 100 semestres. Il s'agit donc de trouver la valeur de

$$(1,0225)^{100}.$$

Nous emploierons les logarithmes à quinze décimales exactes, ce qui nous obligera de les prendre d'abord à seize décimales, le dernier chiffre pouvant être faussé par les arrondissements.

Voici la disposition de tout le calcul pour la recherche du logarithme de 1,0225 :

	1,0225	réciproque	$1{,}0\bar{2}$
	— 2 45		
	1,00205	»	$1{,}0^{2}\bar{2}$
	— 2 41		
	$1{,}0^{4}$ 4 59	»	$1{,}0^{4}\bar{4}$
	— 4 018 36		
	$1{,}0^{5}$ 58981 64	»	$1{,}0^{5}\bar{5}$
	— 5 29490 8		
	$1{,}0^{6}$ 8981 34509 2	»	$1{,}0^{6}\bar{8}$
	— 8 718 5		
	$1{,}0^{7}$ 981 33790 7	»	$1{,}0^{7}\bar{9}$
	— 9 8 8		
	$1{,}0^{8}$ 81 33781 9	»	$1{,}0^{8}\bar{8}$
	— 8 1		
$1+\theta=$	$1{,}0^{9}$ 1 33781 8		
Table III...	56458 3	......	$0{,}0^{9}$ 13
	1606 9	......	$0{,}0^{11}$37
	35 2	......	$0{,}0^{13}$81
	3	......	$0{,}0^{15}$ 8
$k\theta=$	$0{,}0^{10}$ 58100 7		
Table II...	34 74355 9	......	$1{,}0^{8}\bar{8}$
	390 86505 1	......	$1{,}0^{7}\bar{9}$
	3474 35724 5	......	$1{,}0^{6}\bar{8}$
	21714 77838 2	......	$1{,}0^{5}\bar{5}$
	1 73721 26721 0	......	$1{,}0^{4}\bar{4}$
	86 94587 12628 9	......	$1{,}0^{2}\bar{2}$
	877 39243 07505 1	......	$1{,}0\bar{1}$
	0,00966 33166 79379 4		

logarithme cherché, à seize décimales, dont quinze exactes.

Pour en vérifier l'exactitude, nous pouvons faire l'opération inverse, en recherchant le nombre correspondant au logarithme trouvé.

Voici la disposition de ce calcul :

	0,00966 33166 79379 4	
Table IV...	—860 01717 61917 6	 1,02
	106 31449 17461 8	
	— 86 77215 31226 9	...... $1,0^2 2$
	19 54233 86234 9	
	— 17 36830 58464 9	...... $1,0^3 4$
	2 17403 27770 0	
	— 2 17141 81245 2	...... $1,0^4 5$
	261 46524 8	
	—260 57668 1	...... $1,0^7 6$
$\theta = 0,0^{10}$	88856 7	
Table III...	$0,0^9$ 2 02627 5	...... $0,0^{10} 88$
	1957 2	...... $0,0^{12} 85$
	15 4	...... $0,0^{14} 67$
$1 + \frac{\theta}{k} =$	$1,0^9$ 2 04600 1	$\times 1,0^7 6$
	60	$\times 1,0^4 5$
	5 00 3010 2	
	$1,0^4$ 5 00602 07610 3	$\times 1,0^3 4$
	4 200 24083 0	
	$1,0^3$ 45 00802 31693 3	$\times 1,0^2 2$
	2 9001 60463 4	
	1,00245 09803 92156 7	$\times$ 1,02
	2 4 90196 07843 1	
	1,02249 99999 99999 8	

nombre correspondant au logarithme trouvé plus haut et égal au nombre donné de 1,0225.

Le logarithme trouvé, arrondi à quinze décimales, pourrait être erroné de la moitié de la dernière décimale. Ayant à multiplier ce logarithme par 100 pour trouver le nombre correspondant à $(1,0225)^{100}$, cette erreur peut par cela même acquérir une valeur de cinquante unités de la quinzième décimale; par conséquent, le produit n'aurait plus que treize déci-

males exactes. Nous en prendrons quatorze et nous rechercherons le nombre correspondant à ce nouveau logarithme

0,96633 16679 3794.

Voici la disposition de ce calcul :

	0,96633 16679 3794	
Table V....	— 96378 78273 4556	 9,2
	254 38405 9238	
Table IV ...	—216 60617 5651	...... $1{,}0^{2}5$
	37 77788 3587	
	— 34 72966 8536	...... $1{,}0^{3}8$
	3 04821 5051	
	— 3 03995 4976	...... $1{,}0^{4}7$
	826 0075	
	—434 2945	...... $1{,}0^{6}1$
	391 7130	
	—390 8650	...... $1{,}0^{7}9$
$\theta = 0{,}0^{10}$	8480	
Table III ... $0{,}0^{9}$	1 9342	...... $0{,}0^{10}84$
	184	...... $0{,}0^{12}80$
$1 + \frac{\theta}{k} = 1{,}0^{9}$	1 9526 $\times 1{,}0^{7}9$	
	90	
	1 1 $\times 1{,}0^{6}1$	
	7 0 1331 $\times 1{,}0^{4}7$	
$1{,}0^{4}$	7 01902 0858 $\times 1{,}0^{3}8$	
	8 561 5217	
$1{,}0^{3}$	87 02463 6075 $\times 1{,}0^{2}5$	
	5 43512 3180	
	1,00587 45975 9255 $\times$ 9,2	
	20117 49195 1851	
	9,05287 13783 3295	
	9,25404 62978 515	nombre cherché.

Pour vérification, nous pourrons faire l'opération inverse, en cherchant à quatorze décimales le logarithme de ce nombre.

Voici la disposition de ce calcul :

Table I....	9,25404 62978 515	réciproque	109
	83286 41668 06635		
	1,00869 10464 6581	»	$1,0^2\bar{8}$
	— 8 6 95283 7173		
	$1,0^3$ 62 15180 9408	»	$1,0^3\bar{6}$
	— 6 3729 1086		
	$1,0^4$ 2 11451 8322	»	$1,0^4\bar{2}$
	— 2 4 2290		
	$1,0^5$ 11447 6032	»	$1,0^5\bar{1}$
	— 1 114		
	$1,0^6$ 1447 5918	»	$1,0^6\bar{1}$
	— 1 1		
$1+\theta=$	$1,0^7$ 447 5917		

Table III...	$0,0^7$ 191 0896	..... $1,0^7$ 44
	3 2572	..... $1,0^9$ 75
	395	..... $1,0^{11}$ 91
	3	..... $1,0^{13}$ 7
$k\theta=$	$0,0^7$ 194 3866	
Table II...	434 2945	..... $1,0^6\bar{1}$
	4342 9470	..... $1,0^5\bar{1}$
	86859 7650	..... $1,0^4\bar{2}$
	26 06548 9343	..... $1,0^3\bar{6}$
	348 83278 4582	..... $1,0^2\bar{8}$
Table I....	96257 35020 5938	 109
	0,96633 16679 3794	

logarithme cherché, qui est exactement le même que celui qu'on avait pris auparavant.

Ce logarithme, par suite de la multiplication par 100, n'ayant que treize chiffres sûrs, il en résulte que le nombre correspondant n'en aura que douze, dont un entier et onze décimales exactes. Par conséquent, nous pouvons écrire

$$(1,0225)^{100} = 9,25404\ 62978\ 5.$$

Nous avons calculé ici le nombre des chiffres sûrs obtenus comme résultat d'une opération avec un logarithme ayant quinze chiffres sûrs. Il est aussi facile, par le même ordre de raisonnement, de calculer avec combien de décimales on doit prendre le logarithme premier pour obtenir une précision voulue dans le résultat à calculer.

VIII.

TABLES DES ANNUITÉS.

Nous donnons ici quatre Tables servant à faciliter divers calculs d'intérêts composés et principalement d'annuités.

La TABLE I donne à dix décimales les *sommes à payer à la fin de chaque semestre pour amortir* 100fr *au bout de* 5 *à* 60 *ans, de* 5 *en* 5 *ans, aux taux annuels de* 3fr,75 *à* 4fr,75 *pour* 100, *de* 0fr,05 *en* 0fr,05, *taux payables par moitié chaque semestre.*

L'emploi de cette Table est tout indiqué quand le taux d'intérêt et la durée d'amortissement correspondent exactement aux données de cette Table. Il n'y a qu'à prendre le centième de la somme à amortir pour le multiplier par le nombre correspondant de la Table, en se limitant au nombre de décimales nécessaire, suivant que le nombre donné est plus ou moins grand.

Si la durée d'amortissement ne correspond pas à ceux donnés par la Table I, le taux d'intérêt se trouvant dans la Table, on a recours à la TABLE II, qui donne à dix décimales *le montant de* 1fr *placé à la fin de chaque semestre, après* 5 *à* 60 *ans, de* 5 *en* 5 *ans, aux taux annuels de* 3fr,75 *à* 4fr,75 *pour* 100, *de* 0fr,05 *en* 0fr,05, *taux payables par moitié chaque semestre*, car, d'après la terminologie adoptée plus haut, les valeurs de la Table II étant exprimées par r^n, l'annuité à payer aura pour expression

$$a = t + \frac{t}{r^n - 1} = \frac{t}{1 - r^{-n}}.$$

Il s'agit donc d'abord de déterminer la valeur de r^n corres-

pondant à la durée donnée. Pour cela, il faudra prendre dans la Table II la valeur de r^n correspondant à la durée la plus proche et la multiplier ou diviser directement par r autant de fois qu'il y a de semestres en plus ou en moins dans la durée donnée, comparativement à celle prise dans la Table.

On peut encore, pour le même cas, profiter de la Table III, qui donne les *logarithmes de r à quinze décimales pour les taux annuels de* 3fr,75 *à* 4fr,75 *pour* 100, *de* 0fr,05 *en* 0fr,05, *taux payables par moitié chaque semestre.*

Il faut multiplier le logarithme de la Table III par le nombre des semestres et trouver le nombre correspondant. On aura recours à ce moyen quand, en opérant sur des sommes très grandes, on ne voudra pas se limiter à la valeur de r^n à dix décimales seulement.

La Table IV contient à dix décimales les *logarithmes de r pour les taux annuels de* 3fr,75 *à* 4fr,75 *pour* 100, *de centime en centime, taux payables par moitié chaque semestre.*

Cette Table sera d'un emploi fréquent, car nous avons vu plus haut que l'emploi des logarithmes ordinaires à sept décimales donne des résultats erronés, principalement à cause de la multiplication du logarithme premier de r, pris même à huit décimales, par le nombre de semestres de capitalisation. Par conséquent, si l'on a le logarithme de r avec dix décimales exactes, le logarithme de r^n aura presque toujours au moins huit décimales exactes, ce qui donnera pour le nombre correspondant à r^n au moins deux chiffres exacts de plus qu'avec les Tables de logarithmes à sept décimales.

Enfin, si le taux d'intérêt donné ne correspond à aucun taux contenu dans la Table IV, il faudra rechercher d'abord le logarithme de r, puis la valeur de r^n, d'après ce que nous avons fait pages 25 à 28, en employant les Tables à onze décimales, suffisantes dans la plupart des cas, ou celles à vingt-sept décimales, en limitant naturellement le nombre des décimales suivant la précision à laquelle on désire arriver.

TABLES.

TABLE I.

Sommes à payer à la fin de chaque semestre pour amortir 100 francs en un temps donné.

$$a = t + \frac{t}{r^n - 1} = \frac{t}{1 - r^{-n}}.$$

DURÉE.		TAUX annuel : 3fr, 75 %; par semestre : 1fr, 87 ½ %.	TAUX annuel : 3fr, 80 %; par semestre : 1fr, 90 %.	TAUX annuel : 3fr, 85 %; par semestre : 1fr, 92 ½ %.
		fr	fr	fr
5 ans	10 semestres	11,05996 86681	11,07448 55209	11,08901 23637
10 »	20 »	6,04214 79656	6,05681 29264	6,07149 78062
15 »	30 »	4,38861 59668	4.40383 24958	4,41907 84220
20 »	40 »	3,57591 28038	3,59176 88150	3,60766 30887
25 »	50 »	3,09927 52073	3,11579 18908	3,13235 49321
30 »	60 »	2,79039 45114	2,80756 82122	2,82479 54647
35 »	70 »	2,57709 72792	2,59491 18747	2,61278 62154
40 »	80 »	2,42326 60563	2,44169 79917	2,46019 48018
45 »	90 »	2,30881 32945	2,32783 41829	2,34692 39825
50 »	100 »	2,22167 10549	2,24124 92973	2,26089 93983
55 »	110 »	2,15414 99386	2,17425 18802	2,19442 75722
60 »	120 »	2,10111 84073	2,12170 92364	2,14237 47114

DURÉE.		TAUX annuel : 3fr, 90 %; par semestre : 1fr, 95 %.	TAUX annuel : 3fr, 95 %; par semestre : 1fr, 97 ½ %.	TAUX annuel : 4fr %; par semestre : 2fr %.
		fr	fr	fr
5 ans	10 semestres	11,10354 91919	11,11809 60011	11,13265 27865
10 »	20 »	6,08620 25904	6,10092 72641	6,11567 18125
15 »	30 »	4,43435 37100	4.44965 83243	4,46499 22293
20 »	40 »	3,62359 55547	3,63956 61422	3,65557 47797
25 »	50 »	3,14896 42084	3,16561 95961	3,18232 09703
30 »	60 »	2,84207 60746	2,85940 98461	2,87679 65826
35 »	70 »	2,63072 00167	2,64871 29922	2,66676 48538
40 »	80 »	2,47875 60941	2,49738 14741	2,51607 05457
45 »	90 »	2,36608 21779	2,38530 82522	2,40460 16866
50 »	100 »	2,28062 07084	2,30041 25772	2,32027 43537
55 »	110 »	2,21467 62244	2,23499 70467	2,25538 92497
60 »	120 »	2,16311 38987	2,18392 58672	2,20480 96885

TABLE I (suite).

Sommes à payer à la fin de chaque semestre pour amortir 100 francs en un temps donné.

$$a = t + \frac{t}{r^n - 1} = \frac{t}{1 - r^{-n}}.$$

DURÉE.		TAUX — annuel : 4fr,05 %; par semestre : 2fr,02 ½ %.	TAUX — annuel : 4fr,10 %; par semestre : 2fr,05 %.	TAUX — annuel : 4fr,15 %; par semestre : 2fr,07 ½ %.
5 ans	10 semestres	fr 11,14721 95435	fr 11,16179 62675	fr 11,17638 29538
10 »	20 »	6,13043 62206	6,14522 04735	6,16002 45559
15 »	30 »	4,48035 53889	4,49574 77669	4,51116 93268
20 »	40 »	3,67162 13953	3,68770 59165	3,70382 82701
25 »	50 »	3,19906 82055	3,21586 11751	3,23269 97515
30 »	60 »	2,89423 60854	2,91172 81550	2,92927 25905
35 »	70 »	2,68487 53119	2,70304 40751	2,72127 08507
40 »	80 »	2,53482 29107	2,55363 81698	2,57251 59216
45 »	90 »	2,42396 19612	2,44338 85549	2,46288 09451
50 »	100 »	2,34020 53861	2,36020 50223	2,38027 26098
55 »	110 »	2,27585 20449	2,29638 46449	2,31698 62634
60 »	120 »	2,22576 44372	2,24678 91906	2,26788 30300

DURÉE.		TAUX — annuel : 4fr,20 %; par semestre : 2fr,10 %.	TAUX — annuel : 4fr,25 %; par semestre : 2fr,12 ½ %.	TAUX — annuel : 4fr,30 %; par semestre : 2fr,15 %.
5 ans	10 semestres	fr 11,19097 95978	fr 11,20558 61948	fr 11,22020 27402
10 »	20 »	6,17484 84528	6,18969 21488	6,20455 56286
15 »	30 »	4,52662 00317	4,54209 98447	4,55760 87284
20 »	40 »	3,71998 83827	3,73618 61800	3,75242 15873
25 »	50 »	3,24958 38065	3,26651 32106	3,28348 78338
30 »	60 »	2,94686 91897	2,96451 77492	2,98221 80642
35 »	70 »	2,73955 53443	2,75789 72600	2,77629 63009
40 »	80 »	2,59145 57638	2,61045 72923	2,62952 01016
45 »	90 »	2,48243 86084	2,50206 10204	2,52174 76558
50 »	100 »	2,40040 74962	2,42060 90290	2,44087 65558
55 »	110 »	2,33765 61156	2,35839 34182	2,37919 73902
60 »	120 »	2,28904 50402	2,31027 43097	2,33156 99314

TABLE I (suite).

Sommes à payer à la fin de chaque semestre pour amortir 100 francs en un temps donné.

$$a = t + \frac{t}{r^n - 1} = \frac{t}{1 - r^{-n}}.$$

DURÉE.		TAUX — annuel : 4fr,35 %; par semestre : 2fr,17 ½ %.	TAUX — annuel : 4fr,40 %; par semestre : 2fr,20 %.	TAUX — annuel : 4fr,45 %; par semestre : 2fr,22 ½ %.
		fr	fr	fr
5 ans	10 semestres	11,23482 92293	11,24946 56573	11,26411 20197
10 »	20 »	6,21943 88769	6,23434 18781	6,24926 46166
15 »	30 »	4,57314 66454	4,58871 35578	4,60430 94278
20 »	40 »	3,76869 45296	3,78500 49311	3,80135 27155
25 »	50 »	3,30050 75450	3,31757 22124	3,33468 17033
30 »	60 »	2,99996 99292	3,01777 31371	3,03562 74799
35 »	70 »	2,79475 21683	2,81326 45625	2,83183 31824
40 »	80 »	2,64864 37855	2,66782 79362	2,68707 21450
45 »	90 »	2,54149 79888	2,56131 14930	2,58118 76414
50 »	100 »	2,46120 94250	2,48160 69851	2,50206 85855
55 »	110 »	2,40006 72523	2,42100 22275	2,44200 15415
60 »	120 »	2,35293 10026	2,37435 66251	2,39584 59054

DURÉE.		TAUX — annuel : 4fr,50 %; par semestre : 2fr,25 %;	TAUX — annuel : 4fr,55 %; par semestre : 2fr,27 ½ %.	TAUX — annuel : 4fr,60 %; par semestre : 2fr,30 %.
		fr	fr	fr
5 ans	10 semestres	11,27876 83117	11,29343 45285	11,30811 06654
10 »	20 »	6,26420 70768	6,27916 92429	6,29415 10992
15 »	30 »	4,61993 42169	4,63558 78867	4,65127 03984
20 »	40 »	3,81773 78061	3,83416 01257	3,85061 95965
25 »	50 »	3,35183 58840	3,36903 46203	3,38627 77771
30 »	60 »	3,05353 27482	3,07148 87320	3,08949 52199
35 »	70 »	2,85045 77256	2,86913 78889	2,88787 33675
40 »	80 »	2,70637 60020	2,72573 90966	2,74516 10171
45 »	90 »	2,60112 59065	2,62112 57609	2,64118 66768
50 »	100 »	2,52259 35764	2,54318 13089	2,56383 11352
55 »	110 »	2,46306 44220	2,48419 01002	2,50537 78098
60 »	120 »	2,41739 79553	2,43901 18915	2,46068 68364

TABLE I (fin).

Sommes à payer à la fin de chaque semestre pour amortir 100 francs en un temps donné.

$$a = t + \frac{t}{r^n - 1} = \frac{t}{1 - r^{-n}}.$$

DURÉE.		TAUX annuel : 4fr,65 %; par semestre : 2fr,32 ½ %.	TAUX annuel : 4fr,70 %; par semestre : 2fr,35 %.	TAUX annuel : 4fr,75 %; par semestre : 2fr,37 ½ %.
		fr	fr	fr
5 ans	10 semestres	11,32279 67178	11,33749 26809	11,35219 85500
10 »	20 »	6,30915 26298	6,32417 38187	6,33921 46498
15 »	30 »	4,66698 17131	4,68272 17915	4,69849 05942
20 »	40 »	3,86711 61403	3,88364 96783	3,90022 01314
25 »	50 »	3,40356 52183	3,42089 68073	3,43827 24066
30 »	60 »	3,10755 19996	3,12565 88578	3,14381 55802
35 »	70 »	2,90666 38561	2,92550 90478	2,94440 86351
40 »	80 »	2,76464 13514	2,78417 96864	2,80377 56083
45 »	90 »	2,66130 81264	2,68148 95821	2,70173 05163
50 »	100 »	2,58454 24088	2,60531 44847	2,62614 67191
55 »	110 »	2,52662 67879	2,54793 62746	2,56930 55136
60 »	120 »	2,48242 19178	2,50421 62694	2,52606 90306

TABLE II.

Montant de 1 franc après un nombre de semestres donné.

r^n.

DURÉE.		TAUX annuel : 3fr,75 °/₀ ; par semestre : 1fr,87 ½ °/₀.	TAUX annuel : 3fr,80 °/₀ ; par semestre : 1fr,90 °/₀.	TAUX annuel : 3fr,85 °/₀ ; par semestre : 1fr,92 ½ °/₀.
		fr	fr	fr
5 ans	10 semestres	1,20413 78765	1,20709 60814	1,21006 08253
10 »	20 »	1,44994 80257	1,45708 09497	1,46424 72009
15 »	30 »	1,74593 73368	1,75883 67046	1,77182 81763
20 »	40 »	2,10234 92773	2,12308 48939	2,14401 98653
25 »	50 »	2,53151 83945	2,56276 74558	2,59439 44476
30 »	60 »	3,04829 71840	3,09350 65534	3,13937 50864
35 »	70 »	3,67057 00982	3,73415 96383	3,79883 48079
40 »	80 »	4,41987 24837	4,50748 94667	4,59682 11827
45 »	90 »	5,32213 58671	5,44097 28721	5,56243 32340
50 »	100 »	6,40858 53817	6,56777 70327	6,73088 25497
55 »	110 »	7,71682 03931	7,92793 79195	8,14477 72930
60 »	120 »	9,29211 57218	9,56978 27961	9,85567 59329

DURÉE.		TAUX annuel : 3fr,90 °/₀ ; par semestre : 1fr,95 °/₀.	TAUX annuel : 3fr,95 °/₀ ; par semestre : 1fr,97 ½ °/₀.	TAUX annuel : 4fr °/₀ ; par semestre : 2fr °/₀.
		fr	fr	fr
5 ans	10 semestres	1,21303 21211	1,21600 99817	1,21899 44200
10 »	20 »	1,47144 69268	1,47868 02756	1,48594 73960
15 »	30 »	1,78491 23867	1,79808 99749	1,81136 15841
20 »	40 »	2,16515 60585	2,18649 53575	2,20803 96636
25 »	50 »	2,62640 38461	2,65880 01797	2,69158 80291
30 »	60 »	3,18591 22284	3,23312 75579	3,28103 07884
35 »	70 »	3,86461 38680	3,93151 53826	3,99955 82228
40 »	80 »	4,68790 07576	4,78076 19485	4,87543 91561
45 »	90 »	5,68657 41995	5,81345 42495	5,94313 31263
50 »	100 »	6,89799 71630	7,06921 83956	7,24464 61183
55 »	110 »	8,36749 21300	8,59624 01320	8,83118 31930
60 »	120 »	10,15003 67268	10,45311 38057	10,76516 30342

TABLE II (suite).

Montant de 1 franc après un nombre de semestres donné.

r^n.

DURÉE.		TAUX annuel : 4fr,05 %; par semestre : 2fr,02 ½ %.	TAUX annuel : 4fr,10 %; par semestre : 2fr,05 %.	TAUX annuel : 4fr,15 %; par semestre : 2fr,07 ½ %.
		fr	fr	fr
5 ans	10 semestres	1,22198 54489	1,22498 30813	1,22798 73301
10 »	20 »	1,49324 84372	1,50058 35494	1,50795 28829
15 »	30 »	1,82472 78618	1,83818 94600	1,85174 70346
20 »	40 »	2,22979 08953	2,25175 09886	2,27392 18971
25 »	50 »	2,72477 20281	2,75835 68642	2,79234 72793
30 »	60 »	3,32963 17698	3,37894 04907	3,42896 70803
35 »	70 »	4,06876 15727	4,13914 49337	4,21072 81300
40 »	80 »	4,97196 74368	5,07038 25146	5,17072 07942
45 »	90 »	6,07567 18599	6,21113 27958	6,34957 96228
50 »	100 »	7,42438 26049	7,60853 25903	7,79720 33284
55 »	110 »	9,07248 75100	9,32032 36963	9,57486 68975
60 »	120 »	11,08644 77222	11,41723 88397	11,75781 52377

DURÉE.		TAUX annuel : 4fr,20 %; par semestre : 2fr,10 %.	TAUX annuel : 4fr,25 %; par semestre : 2fr,12 ½ %.	TAUX annuel : 4fr,30 %; par semestre : 2fr,15 %.
		fr	fr	fr
5 ans	10 semestres	1,23099 82084	1,23401 57292	1,23703 99055
10 »	20 »	1,51535 65892	1,52279 48199	1,53026 77277
15 »	30 »	1,86540 12464	1,87915 27601	1,89300 22452
20 »	40 »	2,29630 55923	2,31890 40636	2,34171 93184
25 »	50 »	2,82674 80702	2,86156 40890	2,89680 02442
30 »	60 »	3,47972 18101	3,53121 50959	3,58345 75002
35 »	70 »	4,28353 13140	4,35757 49716	4,43287 99273
40 »	80 »	5,27301 93733	5,37731 60561	5,48364 93661
45 »	90 »	6,49107 74016	6,63569 25941	6,78349 30934
50 »	100 »	7,99050 46521	8,18854 90353	8,39145 16549
55 »	110 »	9,83629 69113	10,10479 83090	10,38056 05618
60 »	120 »	12,10846 38754	12,46948 00537	12,84116 76560

TABLE II (suite).

Montant de 1 franc après un nombre de semestres donné.

r^n.

DURÉE		TAUX annuel : 4fr,35 °/₀ ; par semestre : 2fr,17 ½ °/₀.	TAUX annuel : 4fr,40 °/₀ ; par semestre : 2fr,20 °/₀.	TAUX annuel : 4fr,45 °/₀ ; par semestre : 2fr,22 ½ °/₀.
		fr	fr	fr
5 ans	10 semestres	1,24007 07502	1,24310 82766	1,24615 24976
10 »	20 »	1,53777 54656	1,54531 81873	1,55289 60473
15 »	30 »	1,90695 03753	1,92099 78286	1,93514 52880
20 »	40 »	2,36475 33825	2,38800 83001	2,41148 61339
25 »	50 »	2,93246 15011	2,96855 28824	3,00507 94687
30 »	60 »	3,63645 97337	3,69023 26575	3,74478 72855
35 »	70 »	4,50946 73501	4,58735 87591	4,66657 60289
40 »	80 »	5,59205 85600	5,70258 36411	5,81526 53738
45 »	90 »	6,93454 82538	7,08892 89222	7,24670 74699
50 »	100 »	8,59933 04556	8,81230 62154	9,03050 26132
55 »	110 »	10,66377 81695	10,95465 07921	11,25338 33863
60 »	120 »	13,22383 93948	13,61781 70668	14,02343 18137

DURÉE.		TAUX annuel : 4fr,50 °/₀ ; par semestre : 2fr,25 °/₀.	TAUX annuel : 4fr,55 °/₀ ; par semestre : 2fr,27 ½ °/₀.	TAUX annuel : 4fr,60 °/₀ ; par semestre : 2fr,30 °/₀.
		fr	fr	fr
5 ans	10 semestres	1,24920 34265	1,25226 10762	1,25532 54601
10 »	20 »	1,56050 92007	1,56815 78030	1,57584 20107
15 »	30 »	1,94939 34405	1,96374 29781	1,97819 45971
20 »	40 »	2,43518 89654	2,45911 88952	2,48327 80427
25 »	50 »	3,04204 63997	3,07945 88742	3,11732 21514
30 »	60 »	3,80013 47859	3,85628 64840	3,91325 38639
35 »	70 »	4,74714 13956	4,82907 74627	4,91240 72070
40 »	80 »	5,93014 52973	6,04726 57406	6,16666 98372
45 »	90 »	7,40795 78248	7,57275 55046	7,74117 76505
50 »	100 »	9,25404 62978	9,48306 69581	9,71769 73956
55 »	110 »	11,56018 63439	11,87527 56349	12,19887 29539
60 »	120 »	14,44102 43914	14,87094 54470	15,31355 58032

TABLE II (fin).

Montant de 1 franc après un nombre de semestres donné.

r^n.

DURÉE.		TAUX — annuel : 4fr,65 °/o ; par semestre : 2fr,32 ½ °/o.	TAUX — annuel : 4fr,70 °/o ; par semestre : 2fr,35 °/o.	TAUX — annuel : 4fr,75 °/o ; par semestre : 2fr,37 ½ °/o.
		fr	fr	fr
5 ans	10 semestres	1,25839 65912	1,26147 44828	1,26455 91480
10 »	20 »	1,58356 19807	1,59131 78706	1,59910 98388
15 »	30 »	1,99274 89984	2,00740 68878	2,02216 89754
20 »	40 »	2,50766 85467	2,53229 25654	2,55715 22767
25 »	50 »	3,15564 15509	3,19442 24541	3,23367 03044
30 »	60 »	3,97104 85707	4,02968 24130	4,08916 73651
35 »	70 »	4,99715 39847	5,08334 15376	5,17099 39993
40 »	80 »	6,28840 15400	6,41250 56368	6,53902 77662
45 »	90 »	7,91330 30619	8,08921 22314	8,26898 73809
50 »	100 »	9,95807 35980	10,20433 48155	10,45662 36374
55 »	110 »	12,53120 58705	12,87250 79832	13,22301 90780
60 »	120 »	15,76922 67507	16,23834 03498	16,72128 97396

TABLE III.

Logarithmes à quinze décimales pour le calcul d'intérêt composé et d'annuités, aux différences de taux de 5 en 5 centimes.

TAUX		log *r*.
ANNUEL.	PAR SEMESTRE.	
°/₀.	°/₀.	
fr 3,75	fr 1,87 ½	0,00806 76217 48033
3,80	1,90	0,00817 41840 06426
3,85	1,92 ½	0,00828 07201 24194
3,90	1,95	0,00838 72301 14159
3,95	1,97 ½	0,00849 37139 89132
4,00	2,00	0,00860 01717 61918
4,05	2,02 ½	0,00870 66034 45309
4,10	2,05	0,00881 30090 52089
4,15	2,07 ½	0,00891 93885 95035
4,20	2,10	0,00902 57420 86910
4,25	2,12 ½	0,00913 20695 40472
4,30	2,15	0,00923 83709 68466
4,35	2,17 ½	0,00934 46463 83631
4,40	2,20	0,00945 08957 98694
4,45	2,22 ½	0,00955 71192 26374
4,50	2,25	0,00966 33166 79379
4,55	2,27 ½	0,00976 94881 70411
4,60	2,30	0,00987 56337 12160
4,65	2,32 ½	0,00998 17533 17307
4,70	2,35	0,01008 78469 98524
4,75	2,37 ½	0,01019 39147 68475

TABLE IV.

Logarithmes à dix décimales pour le calcul d'intérêt composé et d'annuités, aux différences de taux de centime en centime.

TAUX		log *r*.	TAUX		log *r*.
ANNUEL.	par SEMESTRE.		ANNUEL.	par SEMESTRE.	
°/₀.	°/₀.		°/₀.	°/₀.	
fr 3,75	fr 1,87 ½	0,00806 76217	fr 4,00	fr 2,00	0,00860 01718
3,76	1,88	0,00808 89363	4,01	2,00 ½	0,00862 14602
3,77	1,88 ½	0,00811 02498	4,02	2,01	0,00864 27476
3,78	1,89	0,00813 15622	4,03	2,01 ½	0,00866 40339
3,79	1,89 ½	0,00815 28736	4,04	2,02	0,00868 53192
3,80	1,90	0,00817 41840	4,05	2,02 ½	0,00870 66034
3,81	1,90 ½	0,00819 54933	4,06	2,03	0,00872 78866
3,82	1,91	0,00821 68016	4,07	2,03 ½	0,00874 91688
3,83	1,91 ½	0,00823 81088	4,08	2,04	0,00877 04499
3,84	1,92	0,00825 94150	4,09	2,04 ½	0,00879 17300
3,85	1,92 ½	0,00828 07201	4,10	2,05	0,00881 30091
3,86	1,93	0,00830 20242	4,11	2,05 ½	0,00883 42870
3,87	1,93 ½	0,00832 33273	4,12	2,06	0,00885 55640
3,88	1,94	0,00834 46293	4,13	2,06 ½	0,00887 68399
3,89	1,94 ½	0,00836 59302	4,14	2,07	0,00889 81148
3,90	1,95	0,00838 72301	4,15	2,07 ½	0,00891 93886
3,91	1,95 ½	0,00840 85290	4,16	2,08	0,00894 06614
3,92	1,96	0,00842 98268	4,17	2,08 ½	0,00896 19331
3,93	1,96 ½	0,00845 11236	4,18	2,09	0,00898 32038
3,94	1,97	0,00847 24193	4,19	2,09 ½	0,00900 44735
3,95	1,97 ½	0,00849 37140	4,20	2,10	0,00902 57421
3,96	1,98	0,00851 50076	4,21	2,10 ½	0,00904 70097
3,97	1,98 ½	0,00853 63002	4,22	2,11	0,00906 82762
3,98	1,99	0,00855 75918	4,23	2,11 ½	0,00908 95417
3,99	1,99 ½	0,00857 88823	4,24	2,12	0,00911 08061

TABLE IV (fin).

Logarithmes à dix décimales pour le calcul d'intérêt composé et d'annuités, aux différences de taux de centime en centime.

TAUX		log r.	TAUX		log r.
ANNUEL.	par SEMESTRE.		ANNUEL.	par SEMESTRE.	
°/₀.	°/₀.		°/₀.	°/₀.	
fr 4,25	fr 2,12 ½	0,00913 20695	fr 4,50	fr 2,25	0,00966 33167
4,26	2,13	0,00915 33319	4,51	2,25 ½	0,00968 45531
4,27	2,13 ½	0,00917 45932	4,52	2,26	0,00970 57884
4,28	2,14	0,00919 58535	4,53	2,26 ½	0,00972 70227
4,29	2,14 ½	0,00921 71128	4,54	2,27	0,00974 82559
4,30	2,15	0,00923 83710	4,55	2,27 ½	0,00976 94882
4,31	2,15 ½	0,00925 96281	4,56	2,28	0,00979 07194
4,32	2,16	0,00928 08843	4,57	2,28 ½	0,00981 19495
4,33	2,16 ½	0,00930 21393	4,58	2,29	0,00983 31786
4,34	2,17	0,00932 33934	4,59	2,29 ½	0,00985 44067
4,35	2,17 ½	0,00934 46464	4,60	2,30	0,00987 56337
4,36	2,18	0,00936 58983	4,61	2,30 ½	0,00989 68597
4,37	2,18 ½	0,00938 71493	4,62	2,31	0,00991 80847
4,38	2,19	0,00940 83992	4,63	2,31 ½	0,00993 93086
4,39	2,19 ½	0,00942 96480	4,64	2,32	0,00996 05315
4,40	2,20	0,00945 08958	4,65	2,32 ½	0,00998 17533
4,41	2,20 ½	0,00947 21426	4,66	2,33	0,01000 29741
4,42	2,21	0,00949 33883	4,67	2,33 ½	0,01002 41939
4,43	2,21 ½	0,00951 46330	4,68	2,34	0,01004 54126
4,44	2,22	0,00953 58766	4,69	2,34 ½	0,01006 66303
4,45	2,22 ½	0,00955 71192	4,70	2,35	0,01008 78470
4,46	2,23	0,00957 83608	4,71	2,35 ½	0,01010 90626
4,47	2,23 ½	0,00959 96013	4,72	2,36	0,01013 02772
4,48	2,24	0,00962 08408	4,73	2,36 ½	0,01015 14908
4,49	2,24 ½	0,00964 20793	4,74	2,37	0,01017 27033
			4,75	2,37 ½	0,01019 39148



TABLE DES MATIÈRES.

PARIS. — IMPRIMERIE DE GAUTHIER-VILLARS, QUAI DES AUGUSTINS, 55. — 6080.

